Université Paris-Nord
Institut Galilée

D.E.U.G. MIAS 1
Année 1997-1998

Principes du Calcul

T.D. 3 : **Fonctions primitives récursives**

Exercice 1

Montrer que chacune des fonctions suivantes est primitive récursive :

$$
\begin{array}{rcl}
x & \longmapsto & x! \\
(x_1, x_2) & \longmapsto & |x_1 - x_2| \\
(x_1, x_2) & \stackrel{\overline{\delta}}{\longmapsto} & \begin{cases} 0 & \text{si } x_1 = x_2 \\ 1 & \text{sinon} \end{cases} \\
(x_1, x_2) & \stackrel{\delta}{\longmapsto} & \begin{cases} 1 & \text{si } x_1 = x_2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \\
x & \stackrel{\mathcal{I}}{\longmapsto} & \begin{cases} 1 & \text{si } x \text{ est impair} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}
\end{array}
$$

Exercice 2

Soit P et Q des prédicats primitifs récursifs de même arité $n \geq 1$. Montrer que les prédicats $\neg P$, $P \wedge Q$ et $P \vee Q$ sont primitifs récursifs.

Exercice 3

3.1 Montrer que le fonction r définie par

$$
\begin{cases} r(x_1, x_2) = x_1 & \text{si } x_2 = 0 \\ r(x_1, x_2) = x_1 \textbf{ mod } x_2 & \text{sinon} \end{cases}
$$

est primitive récursive ($x_1 \textbf{ mod } x_2$ est le reste de la division de x_1 par x_2).

3.2 Montrer que le fonction q définie par

$$
\begin{cases} q(x_1, x_2) = 0 & \text{si } x_2 = 0 \\ q(x_1, x_2) = x_1 \textbf{ div } x_2 & \text{sinon} \end{cases}
$$

est primitive récursive ($x_1 \textbf{ div } x_2$ est le quotient de la division de x_1 par x_2).