

T.D. 3

Exercice 1 : Exemple de parcours génériques

Soit $G = (S, A)$ le graphe non orienté représenté à la figure 1.

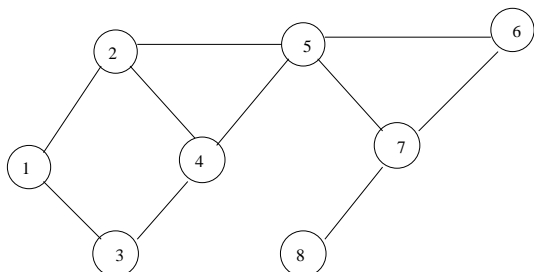


Figure 1 : Graphe non orienté G

1.

Donner un parcours de G et une arborescence associée.

2.

Est-ce que les listes $L_1 = (5, 6, 2, 7, 8, 1, 3, 4)$ et $L_2 = (5, 6, 3, 2, 1, 4, 8, 7)$ sont des parcours ? Si oui, construire une arborescence associée. Est-elle unique ?

On considère le graphe orienté $G' = (S, A')$ issu de G décrit à la figure 2.

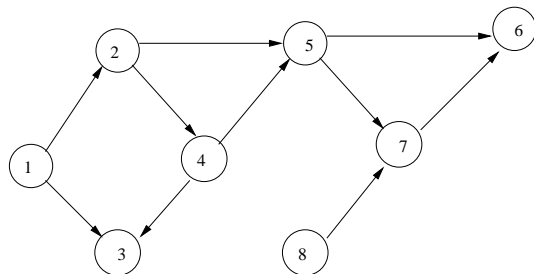


Figure 2 : Graphe orienté G'

3.

La liste $L = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)$ représente-t-elle un parcours de G' ? Si oui, construire un graphe de choix associé. Y-a-t-il des points de régénération ?

Exercice 2 : Exemples de parcours en profondeur

Soit $G = (S, A)$ le graphe non orienté de la figure 1.

1.

Donner un parcours en profondeur de G et son arborescence associée.

2.

Est-ce que les listes $L_1 = (2, 5, 4, 3, 1, 6, 7, 8)$ et $L_2 = (5, 7, 8, 2, 4, 1, 3, 6)$ sont des parcours en profondeur ? Si oui, construire une arborescence associée. Est-elle unique ?

3.

Soit $G' = (S, A')$ le graphe orienté de la figure 2. Proposez un parcours en profondeur de G' et représenter le graphe de choix associé à ce parcours.

4.

Une implémentation possible de l'algorithme de parcours en profondeur consiste à utiliser une pile de sommets visités. Tous les sommets ouverts sont dans la pile et si un sommet ouvert x a été visité avant un sommet ouvert y , alors y est placé plus haut que x dans la pile. Pour le parcours de la question 1, donner l'état de la pile au fur et à mesure de l'exploration.

Exercice 3 : Exemples de parcours en largeur

Soit $G = (S, A)$ le graphe non orienté connexe de la figure 1.

1.

Donner un parcours en largeur de G et son arborescence associée.

2.

Est-ce que les listes $L_1 = (6, 5, 7, 8, 2, 4, 1, 3)$ et $L_2 = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)$ sont des parcours en largeur ? Si oui, construire une arborescence associée. Est-elle unique ?

3.

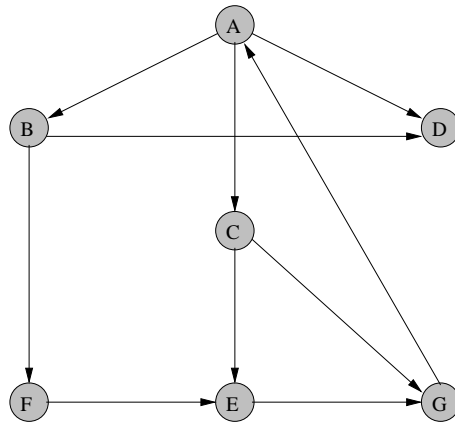
Soit $G' = (S, A')$ le graphe orienté de la figure 2. Proposez un parcours en largeur de G' et représenter le graphe de choix associé à ce parcours.

4.

Une implémentation possible de l'algorithme de choix des arêtes de liaison consiste à utiliser une file de sommets visités. Tous les sommets ouverts sont dans la file et si un sommet ouvert x a été visité avant un sommet ouvert y , alors y est placé après x dans la file. Pour le parcours de la question 1, donner l'état de la file au fur et à mesure de l'exploration.

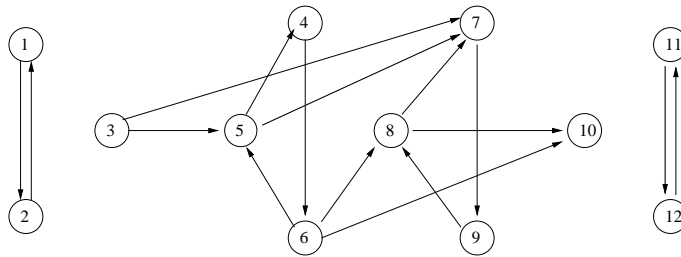
Exercice 4

Décrire le parcours en profondeur d'abord du graphe G de la figure ci-dessous à partir du sommet A , c'est-à-dire donner l'arborescence couvrante, les arcs de types avant, arrière, croisé. Donner la numérotation préfixe et suffixe de chacun des sommets.



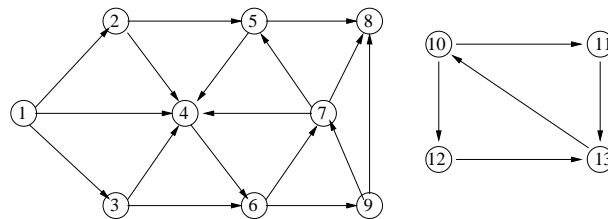
Exercice 5

1. Faire un parcours en profondeur d'abord (DFS) à partir du sommet 1 dans le 1-graphe représenté ci-dessous en cherchant à atteindre prioritairement les sommets de plus petits numéros.



2. Lister les arcs de types avant, arrière et croisé.
3. Donner les numérotations préfixe et suffixe de chacun des sommets.
4. Déterminer les composantes fortement connexes avec l'algorithme de Kosaraju-Shamir.
5. Donner le graphe réduit associé.

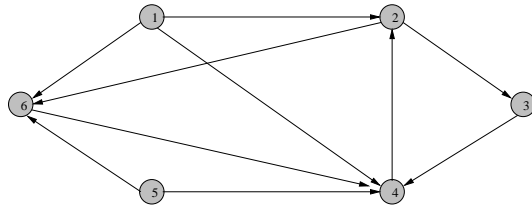
Exercice 6



1. Faire un parcours en profondeur d'abord à partir du sommet 1 (en choisissant prioritairement le successeur de plus petit numéro) du graphe $G=(X,U)$ représenté dans la figure ci-dessus.
2. G contient-il des circuits (justifier votre réponse) ?
3. Modifier l'orientation de deux arcs afin de rendre le graphe G sans circuit.

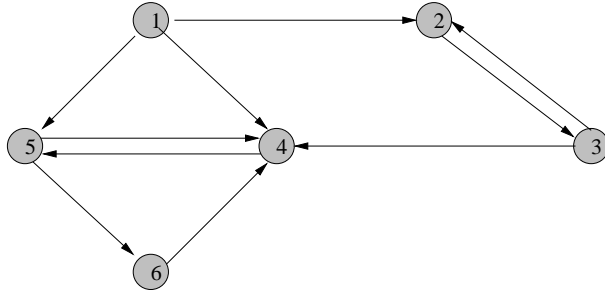
Exercice 7

Rechercher les composantes fortement connexes du graphe de la figure ci-dessous à l'aide de l'algorithme de Kosaraju-Shamir et représenter le graphe réduit.



Exercice 8

1. Donner la fermeture transitive du graphe $G = (X,U)$ de la figure ci-dessous en utilisant l'algorithme trivial (en $O(n^4)$).



2. Sur ce même graphe et dans le même objectif, utiliser maintenant l'algorithme de Warshall (en $O(n^3)$).