

Partiel Programmation Linéaire

10 Janvier 2011

Durée : 3 heures

DOCUMENTS AUTORISÉS
CALCULATRICES INTERDITES
TÉLÉPHONES PORTABLES OBLIGATOIREMENT ÉTEINTS

Exercice 1 Modélisation (4 points)

Dans trois mines M_1 , M_2 , M_3 , les extractions journalières des minerais doivent être au minimum de $70t$ pour M_1 et au maximum de $500t$ et $300t$, respectivement pour M_2 et M_3 (t signifie tonne). La production journalière est d'abord stockée dans un local abrité dont la contenance est de $9000 m^3$. Les volumes spécifiques des trois catégories de minerais extraits des trois usines sont respectivement $9 m^3/t$, $10 m^3/t$ et $11 m^3/t$.

Le lendemain, les minerais sont lavés. La laverie peut laver 80 tonnes à l'heure quand elle traite le minerai extrait de la mine M_1 , 90 t/h quand elle traite le minerai extrait de la mine M_2 et 100 t/h quand elle traite le minerai extrait de la mine M_3 . Son horaire journalier est de 10h.

Enfin les profits unitaires sont respectivement 4 um/t , 5 um/t et 6 um/t (um/t signifie unité monétaire par tonne).

Le problème consiste à déterminer la gestion optimale des mines.

1. Formuler le problème par un programmation linéaire (P_1).
2. Donner la forme standard de (P_1). Donner la signification des variables d'écart : que représentent-elles ?
3. Montrer que la solution qui consiste à produire par jour $\frac{700}{9}$ tonnes, 500 tonnes et 300 tonnes respectivement des mines M_1 , M_2 et M_3 est une solution de base réalisable et optimale.

Exercice 2 Résolution graphique et simplexe révisé (5 points)

$$(P_2) \begin{cases} \max & x_1 & + & x_2 \\ \text{s.c} & x_1 & + & 2x_2 \leq 6 \\ & -x_1 & + & x_2 \leq 1 \\ & 5x_1 & + & 3x_2 \leq 15 \\ & x_1 & , & x_2 \geq 0 \end{cases}$$

1. Faire la résolution graphique de (P_2) pour déterminer sa solution optimale \bar{x} et sa valeur $v(P_2)$.
2. Appliquer l'algorithme du simplexe sous forme révisée pour résoudre le programme linéaire (P_2) précédent.

