

**T.D. 5 - Exercice 3
(Correction)**

$$\begin{aligned} \text{max } & -9x_1 + 8x_2 \\ \text{s.c. } & -5x_1 + 4x_2 \leq 1 \quad (1) \\ & 22x_1 + 4x_2 \leq 55 \quad (2) \\ & 2x_2 \geq 1 \quad (3) \\ & x_1, x_2 \geq 0 \text{ et entiers} \quad (4) \end{aligned}$$

1. Résolution graphique (P) et (PL)

$$x^* = (1, 1), V(P) = -1$$

x_{PL} intersection de (1) et (2)

$$\begin{cases} -5x_1 + 4x_2 = 1 \\ 22x_1 + 4x_2 = 55 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -5x_1 + 4x_2 = 1 \\ 27x_1 = 54 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = \frac{11}{4} \\ x_1 = 2 \end{cases}$$

$$x_{PL} = \left(\frac{11}{4}, 2\right) \text{ et } V(PL) = -9 \times 2 + 8 \times \frac{11}{4} = 4$$

2. DRL¹ :

La nouvelle contrainte passe par (2, 2) et (1, 8).

$$\begin{cases} 2 = 2a + b \\ 8 = a + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 = 2a + b \\ 6 = -a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 14 \\ a = -6 \end{cases}$$

Nouvelle contrainte :

$$6x_1 + x_2 \leq 14 \quad (5)$$

x^{DRL^1} : intersection entre (5) et (1)

$$\begin{cases} 6x_1 + x_2 = 14 \\ -5x_1 + 4x_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = 14 - 6x_1 \\ -5x_1 + 56 - 24x_1 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = 14 - 6x_1 \\ x_1 = \frac{55}{29} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = \frac{76}{29} = 2 + \frac{18}{29} \\ x_1 = \frac{55}{29} = 1 + \frac{26}{29} \end{cases}$$

$$\text{de valeur } V(DRL^1) = -9 \times \frac{55}{29} + 8 \times \frac{76}{29} = 3 + \frac{26}{29}$$

DRL² :

La nouvelle contrainte passe par (1, 1) et (3, 4).

$$\begin{cases} 1 = a + b \\ 4 = 3a + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 = a + b \\ 3 = 2a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = \frac{-1}{2} \\ a = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Nouvelle contrainte :

$$3x_1 - 2x_2 \geq 1 \quad (6)$$

x^{DRL^2} : intersection entre (6) et (2)

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 = 1 \\ 22x_1 + 4x_2 = 55 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 = 1 \\ 28x_1 = 57 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 = 1 \\ x_1 = \frac{57}{28} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = \frac{143}{56} \\ x_1 = \frac{57}{28} \end{cases}$$

$$\text{de valeur } V(DRL^2) = -9 \times \frac{57}{28} + 8 \times \frac{143}{56} = 2 + \frac{3}{28}$$

DDL :

x^{DDL} : intersection entre (5) et (6)

$$\begin{cases} 6x_1 + x_2 = 14 \\ 3x_1 - 2x_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x_2 = 12 \\ 3x_1 - 2x_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = \frac{12}{5} = 2 + \frac{2}{5} \\ x_1 = \frac{29}{15} = 1 + \frac{14}{15} \end{cases}$$

$$\text{de valeur } V(DDL) = -9 \times \frac{29}{15} + 8 \times \frac{12}{5} = \frac{9}{5} = 1,8$$

DRA :

$$V(DRA) = V(P) = -1 \text{ avec } x^{DRA} = (1, 1).$$

Il suffit de prendre la parallèle à $x_1 = x_2$ passant par x_{PL} .

